

数 学 問 題 ・ 答 案 用 紙 (一)

I. 正の数 x, y が条件 $(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = 20$ を満たしているとき、 $\sqrt{xy^2}$ のとり得る値の範囲を求めよ。

II. 次の問いに答えよ。

1) 複素数 z を $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ と極形式で表したとき、複素数 $z + \frac{1}{z}$ の実部と虚部を求めよ。

2) $w = z + \frac{1}{z}$ とする。複素数平面上で、点 z が原点 O を中心とする半径 2 の円周上を動くとき、点 $w = x + yi$ は座標平面上でどのような図形を描くか。

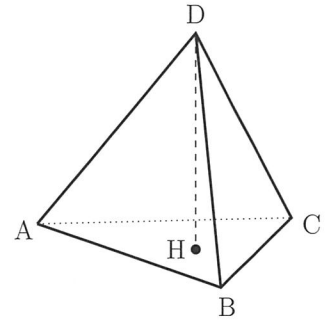
III. $11! = 39916800$ は一の位から 2 つの 0 が続く。2022! は一の位からいくつの 0 が続くか。

IV. 次の和 S_n を求めよ。

$$S_n = 1 + 4 \cdot 2 + 9 \cdot 2^2 + \cdots + n^2 \cdot 2^{n-1}$$

V. 1 辺の長さが 6 である正四面体 $ABCD$ において、 D から三角形 ABC に垂線 DH を下ろす。線分 DH 上で $HE = h$ ($h > 0$) である点を E 、辺 BC の中点を M とするとき、次の問いに答えよ。

1) DH の長さを求めよ。



2) 線分 AE 上の動点を P とするとき、線分 PM の長さの最小値を h の式で表せ。